

ВСЕОБЩИЕ МОДЕЛИ ДЛИНЫ КРОНЫ ДВУХВОЙНЫХ СОСЕН***В. А. Усольцев**

Уральский государственный лесотехнический университет
 Российская Федерация, 620100, г. Екатеринбург, Сибирский тракт, 37
 Уральский государственный экономический университет
 Российская Федерация, 620144, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/ Народной Воли, 62/45
 E-mail: Usoltsev50@mail.ru; <http://orcid.org/0000-0003-4587-8952>

Аннотация. Морфология крон деревьев определяет масштаб и эффективность физиологических процессов, в частности, фотосинтеза, дыхания и транспирации, определяющих рост и развитие дерева, а также качество древесины. Поэтому исследователи фокусируются на разработке моделей таких морфологических характеристик, как длина кроны, относительная длина кроны (кроновое отношение) и высота ее крепления на стволе. Морфологические характеристики кроны служат в качестве прогностических переменных в моделях диаметра кроны, ее вертикального профиля, биомассы дерева, а также верховых пожаров. Цель настоящего исследования – по материалам авторской базы данных для двухвойных сосен Евразии построить всеобщие модели для оценки длины кроны, кронового отношения и высоты крепления кроны по легко измеряемым дендрометрическим характеристикам дерева. Для достижения поставленной цели из авторской базы данных отобрано 2700 модельных деревьев с измеренными таксационными показателями. Поскольку исследование имеет континентальный уровень, анализ выполнен на уровне подрода двухвойных сосен как совокупности викарирующих видов, имея в виду, что ни один вид не произрастает на территории всей Евразии. В результате построены всеобщие многофакторные модели для оценки морфологических показателей кроны – длины кроны, кронового отношения и высоты крепления кроны – по диаметру ствола на высоте груди, высоте и возрасту дерева, объясняющие от 52 до 88 % изменчивости того или иного морфологического показателя кроны, а их регрессионные коэффициенты при независимых переменных значимы на уровне вероятности $p < 0,001$ и выше. Предложенные многофакторные модели для оценки морфологических показателей кроны по известным дендрометрическим характеристикам дерева могут быть использованы в динамических моделях роста деревьев и древостоев, при разработке моделей биомассы деревьев и древостоев, а также при моделировании верховых лесных пожаров.

Ключевые слова: морфология кроны, длина кроны, кроновое отношение, высота крепления кроны, многофакторные модели, дендрометрические независимые переменные, мультиколлинеарность факторов.

Conifers of the boreal area. 2025, Vol. XLIII, No. 4, P. 13–19

GENERIC CROWN LENGTH MODELS OF TWO-NEEDED PINES****V. A. Usoltsev**

Ural State Forest Engineering University
 37, Siberian tract, Yekaterinburg, 620100, Russian Federation
 Ural State University of Economics
 62/45, 8 Marta/ Narodnaya Volya str., Yekaterinburg, 620144

Annotation. The morphology of tree crowns determines the scale and effectiveness of physiological processes, in particular, of photosynthesis, respiration and transpiration, which determine the growth and development of a tree, as well as the quality of wood. Therefore, researchers are focusing on developing models of such morphological characteristics as crown length, relative crown length, and height to crown base. The morphological characteristics of the crown serve as predictive variables in models of crown diameter, vertical profile, tree biomass, and crown fires. The purpose of this study is to build generic models for estimating crown length, relative crown length (crown ratio) and height to crown base based on easily measurable dendrometric characteristics of the tree based on the materials of the author's database for two-needled pines (subgenus *Pinus* L.) of Eurasia. To achieve this goal, 2,700 model trees with

* * Работа выполнена в рамках тематики научных исследований Уральского государственного лесотехнического университета.

** The work was carried out within the framework of the scientific research themes of the Ural State Forest Engineering University.

measured taxation indicators were selected from the author's database. Since the study has a continental level, the analysis was performed at the level of a subgenus of two-needled pines as a set of vicarious species, bearing in mind that no species grows throughout Eurasia. As a result, generic multiple models were built to evaluate the morphological parameters of the crown – crown length, crown ratio and height to crown base – by stem diameter at breast height, height and age of the tree, explaining from 52 to 88 % of the variability of a particular morphological index of the crown, and their regression coefficients for independent variables are significant at the probability level $p < 0.001$ and higher. The proposed multiple models for estimating the morphological parameters of the crown based on the known dendrometric characteristics of the tree can be used in dynamic models of tree and stand growth, in the development of biomass models of trees and stands, as well as in the modeling of crown fires.

Keywords: crown morphology, crown length, crown ratio, crown attachment height, multiple models, dendrometric independent variables, multicollinearity of factors.

ВВЕДЕНИЕ

С экономической и экологической точек зрения двухвойные сосны (подрод *Pinus* L.) занимают второе место по своему ареалу среди всех хвойных пород северного полушария [18]. Размер, структура и форма крон деревьев определяют масштаб и эффективность физиологических процессов, главным образом фотосинтеза, дыхания и транспирации, определяющих рост и развитие дерева. Поэтому исследовательские работы начали фокусироваться на разработке моделей таких характеристик, как длина кроны (Lcr), относительная длина кроны (Lcr/H – отношение длины кроны к высоте дерева, или кроновое отношение) и высота крепления кроны (Hcr – разность между высотой дерева и длиной кроны) (height to crown base, height of first branch, green crown height, crown rise, crown height).

Длина кроны дерева имеет большое значение в методологии селекционных исследований [16]. Это связано с тем, что от нее зависят как рост дерева, так и качество древесины [41]. От Lcr зависит также ветроустойчивость дерева [25]. На Lcr сильно влияет густота, или количество деревьев на единицу площади: чем больше густота, тем меньше Lcr [7; 13; 38]. Густота ограничивает Lcr и, следовательно, скорость роста всего дерева [11; 21]. Показатель Lcr во многом определяет прирост деревьев [37] и используется в динамических моделях их роста [30]. Однако прямые измерения Lcr могут быть затруднены, если она неправильной формы, особенно в густых насаждениях, и необходимы корректные модели для ее оценки [33; 34; 37].

Относительная длина кроны (Lcr/H) изменяется от 1,0, когда $Hcr = 0$, и стремится к нулевому значению по мере отмирания кроны у угнетенного дерева вследствие конкуренции [14]. Величина Lcr/H является косвенным показателем фотосинтетической способности, физиологического состояния дерева, качества древесины [16; 19; 20] и связана с густотой и размерами деревьев [9; 36]. Однако измерение Lcr/H в лесном насаждении довольно трудоемко, и необходима разработка корректных моделей Lcr/H деревьев, в частности, для более точной оценки их биомассы [14].

Высота крепления кроны, или высота кроны (Hcr) служит в качестве прогностической переменной в моделях диаметра кроны [8], ее профиля [10], биомассы дерева [28], а также верховых пожаров [23]. Величина Hcr связана с длиной кроны, высотой дерева,

диаметром на высоте груди, соотношением диаметра и высоты ствола, коэффициентом конкуренции крон и площадью сечений древостоя [26; 27; 32; 40]. Однако измерение Hcr является дорогостоящим и трудоемким процессом, что приводит к трудностям в практическом применении. Техника воздушного лазерного сканирования дает возможность упростить процедуру измерения Hcr в лесных насаждениях [22]. Тем не менее, для решения названной проблемы необходима разработка ее высокоточных моделей [32; 39].

Модели размера кроны обычно основаны на аллометрических зависимостях с легко измеряемыми параметрами ствола, такими как высота дерева (H) и диаметр ствола на уровне груди (D). Использование этих двух биометрических параметров для моделирования обусловлено тем, что масса ассимиляционного аппарата крон определяет рост деревьев в высоту и толщину [6; 15; 16; 30; 41]. Однако подобные уравнения могут приводить к завышению размера кроны в густых насаждениях и занижению его в редкостойных, и предлагается добавлять в модель параметры, связанные с конкуренцией деревьев, например, учитывать их густоту [17; 24; 29; 30; 31; 34].

В Польше по данным 300 модельных деревьев, взятых на 20 пробных площадях в насаждениях сосны обыкновенной второго класса возраста, была исследована связь Lcr с диаметром ствола, высотой дерева и относительной густотой, представляющей отношение фактической густоты к густоте нормальных насаждений, характеризующаяся значениями R^2 соответственно 0,62; 0,52 и 0,76 [33]. Однако мультиколлинеарность независимых переменных оказалась довольно высокой, в частности, коэффициент корреляции между диаметром и высотой составил 0,85. Поскольку связь Lcr с диаметром и высотой ствола была положительной, а с относительной густотой – отрицательной, для моделирования Lcr была предложена комбинированная переменная, представляющая произведение диаметра и высоты ствола, деленное на относительную густоту. В логарифмированном выражении названная комбинированная переменная отражает положительную связь с диаметром и высотой ствола и отрицательную – с относительной густотой. Но в таком случае коэффициент регрессии при каждой из них представляет одну и ту же величину. т. е. предполагается, что вклады каждой из трех переменных в объяснение изменчивости Lcr одинаковые. Расчет показал, что связь Lcr с комбинированной переменной характеризуется значением R^2 , равным 0,76,

т. е. объясняющая способность комбинированной переменной оказалась одинаковой с объясняющей способностью одной только относительной густоты деревьев [33].

Поскольку назначение и роль каждой из трех характеристик кроны, связанных с ее длиной, а именно, Lcr , Lcr/H и Hcr , в упомянутых выше моделях в качестве независимых переменных имеют специфичный характер, в настоящем исследовании названные три характеристики кроны исследованы отдельно.

Цель настоящего исследования – по материалам авторской базы данных для двухвойных сосен Евразии построить всеобщие модели для Lcr , Lcr/H и Hcr .

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для достижения поставленной цели из авторской базы данных [3] отобрано 2700 модельных деревьев двухвойных сосен с измеренными таксационными показателями. Характеристика исходных дендрометрических показателей дана в табл. 1. Поскольку исследование имеет континентальный уровень, анализ проводится на уровне подрода *Pinus* L. как совокупности викарирующих видов, имея в виду, что ни один вид не произрастает на территории всей Евразии.

Поскольку исходные данные варьируют в диапазоне возрастов от 7 до 186 лет (табл. 1), структура аллометрической модели для оценки морфологических характеристик кроны, помимо выше упомянутых диаметра ствола, его высоты и густоты, должна включать возраст дерева. В результате принятая структура модели имеет первоначальный вид

$$\ln Y = a_0 + a_1(\ln D) + a_2(\ln H) + a_3(\ln A) + a_4(\ln N), \quad (1)$$

где Y – один из морфологических показателей кроны (Lcr , Lcr/H или Hcr).

Поскольку переменные D , H и A в широком диапазоне экологических условий взаимно коррелируют, необходима их проверка на мультиколлинеарность по коэффициенту инфляции дисперсии (Variance Inflation Factor, VIF) [5], допускаемое значение которого принято считать равным 5,0 [2].

Проверка четырех переменных модели (1) была выполнена на основе программы Python (<https://www.reneshbedre.com/blog/variance-inflation-factor.html>), и оказалось, что наименьшим значением VIF характеризуется переменная N ($VIF = 1,1$), а остальные три взаимно коррелируют на уровне VIF от 8 до 21. Дальнейший анализ переменных показал, что VIF для переменной N остается во всех случаях равным 1,1. Парные же корреляции дендрометрических переменных (A с D , A с H , D с H) по величине VIF составили соответственно 6,5; 7,9 и 16,5, что выше допускаемого значения. Это означает, что по условию мультиколлинеарности в модель (1) можно включать перемен-

ную N и лишь один из трех дендрометрических показателей: D , H или A . Однако расчет соответствующих моделей показал, что переменная N во всех случаях статистически не значима на уровне вероятности $p < 0,05$, и критерий Стьюдента составил при переменной N в моделях для Lcr , Lcr/H и Hcr соответственно 0,9; 0,3 и 1,1, что существенно меньше $t_{\text{табл}}$, равного 1,96.

Таким образом, по условиям мультиколлинеарности, – с одной стороны, и статистической значимости независимых переменных, – с другой стороны, в модель (1) можно включать лишь один из дендрометрических показателей (D , H или A). Но подобные однофакторные модели будут давать неприемлемые смещения при использовании их на объектах, характеризуемых крайними значениями неучтенных дендрометрических показателей [4]. Поэтому дальнейший анализ модели (1) выполняется при исключенной переменной N , и конечный вид модели (1) будет определяться уровнями статистической значимости дендрометрических переменных D , H и A .

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

По фактическим исходным данным, характеристика которых приведена в табл. 1, рассчитана модель (1) с исключенной из анализа переменной $\ln N$, и результаты расчета даны в табл. 2.

Все регрессионные коэффициенты при независимых переменных моделей (1) оказались значимыми на уровне вероятности $p < 0,001$ и выше (табл. 2), что означает, что возраст дерева, его диаметр и высота оказывают в высшей степени значимое влияние на величину каждого их морфологических показателей кроны. Необходимо отметить, что модели для Lcr и Lcr/H являются взаимозаменяемыми. Достаточно в модели для $\ln(Lcr/H)$ раскрыть скобки выражения и перенести $\ln H$ в правую часть модели, чтобы получить модель для $\ln Lcr$.

Выше отмечалось, что при моделировании Lcr в 30-летних сосняках Польши комбинированная переменная объясняла 76 % изменчивости Lcr , т. е. ровно столько же, сколько относительная густота. В нашем примере фигурирует не относительная, а абсолютная густота, поскольку неизвестно, существуют ли таблицы хода роста нормальных древостоев двухвойных сосен в масштабах континента. Далее выполнен регрессионный анализ аллометрической зависимости каждого из морфологических показателей кроны с комбинированной переменной, представленной произведением диаметра и высоты ствола, деленным на густоту. Полученные модели для Lcr , Lcr/H и Hcr характеризуются коэффициентами детерминации соответственно 0,610; 0,139 и 0,547, что существенно ниже по сравнению с такими же коэффициентами моделей, представленных в табл. 2.

Таблица 1
Диапазоны фактических исходных данных 2700 деревьев двухвойных сосен

A , лет	D , см	H , м	N , деревьев/га	Lcr , м	Lcr/H	Hcr , м
7–186	0,9–55,0	1,4–36,6	130–82400	0,7–21,4	0,12–1,0	0–19,5

Таблица 2
Характеристика моделей (1) с исключенной переменной $\ln N$

Зависимая переменная	Константы модели					adjR ²	SE
	a_0	$a_1 \ln A$	$a_2 \ln H$	$a_3 (\ln H)^2$	$a_4 \ln D$		
$\ln Lcr$	0,4190	–0,1042/7,2	0,1095/4,4	–	0,5656/33,4	0,761	0,260
$\ln (Lcr/H)$	0,4190	–0,1042/7,2	–0,8905/35,7	–	0,5656/33,4	0,520	0,260
$\ln Hcr$	–3,8122	0,2234/11,0	3,4285/46,2	–0,2644/17,1	–0,8014/34,7	0,883	0,353

Примечания. Свободный член a_0 модели скорректирован на логарифмическую трансформацию [35]; adjR² – коэффициент детерминации, скорректированный на количество переменных; SE – стандартная ошибка модели. В числителе – регрессионные коэффициенты при независимых переменных, в знаменателе – их значимость по Стьюденту.

Поводом для использования комбинированной переменной было сомнительное желание исключить взаимную корреляцию составляющих ее величин. В частности, это касалось такой комбинированной переменной, как D^2H [12], которая по способности объяснять изменчивость биомассы кроны оказывается ниже, чем только диаметр D . В финальном варианте моделей (1), представленных в табл. 2, взаимная корреляция переменных неизбежно существует, и обусловлена она спецификой пассивного эксперимента [1]. Тем не менее, комбинированная переменная по сравнению с переменными модели (1) имеет худшую объяснительную способность и не только по причине отсутствия в ее составе возраста дерева, а главным образом потому, что предполагает наличие влияния на зависимую переменную, равного со стороны каждого фактора, составляющего эту комбинированную переменную. То, что каждый фактор, или независимая переменная, в данном случае возраст, высота дерева и диаметр ствола, вносят свой, индивидуальный вклад в объяснение изменчивости морфологических показателей кроны, очевидно следует из характеристик моделей в табл. 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, по материалам авторской базы данных для двухвойных сосен Евразии построены всеобщие модели для оценки морфологических показателей кроны – длины кроны, кронового отношения и высоты крепления кроны – по комплексу дендрометрических характеристик дерева. Выполнена проверка структуры моделей по условию мультиколлинеарности независимых переменных. Оказалось, что по условиям мультиколлинеарности, – с одной стороны, и статистической значимости независимых переменных, – с другой стороны, в модель того или иного морфологического показателя кроны можно включать лишь один из дендрометрических показателей: диаметр ствола, его высоту или возраст дерева. Но подобные однофакторные модели дают обычно неприемлемые смещения при использовании их на объектах, характеризующихся крайними значениями неучтенных дендрометрических показателей.

Выполненный регрессионный анализ показал, что полученные многофакторные модели для оценки морфологических показателей кроны по легко измеряемым дендрометрическим характеристикам дерева – диаметру ствола, его высоте и возрасту дерева – объясняют от 52 до 88 % изменчивости того или иного морфологического показателя кроны, а их регресси-

онные коэффициенты при независимых переменных значимы на уровне вероятности $p < 0,001$ и выше.

Попытка построения зависимости морфологических показателей кроны от комбинированной переменной, представляющей произведение диаметра и высоты ствола, деленное на густоту деревьев, показала, что полученная зависимость характеризуется существенно более низкой объяснительной способностью по сравнению с многофакторными моделями.

Предложенные многофакторные модели для оценки морфологических показателей кроны по известным дендрометрическим характеристикам дерева могут быть использованы в динамических моделях роста деревьев и древостоев, при разработке моделей биомассы деревьев и древостоев, а также при моделировании верховых лесных пожаров.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Налимов В. В. Теория эксперимента. М. : Наука, 1971. 208 с.
2. Репина Е. Г., Цыпин А. П., Зайчикова Н. А. и др. Эконометрика в табличном редакторе MS Excel [Электронный ресурс] : практикум. Самара : Изд-во Самар. гос. экон. ун-та, 2019. ISBN 978-5-94622-970-8. URL: https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_010271621/.
3. Усольцев В. А. Фитомасса модельных деревьев для дистанционной и наземной таксации лесов Евразии : монография. Электронная база данных. 3-е изд., доп. Екатеринбург : Ботанический сад УрО РАН, Уральский государственный лесотехнический университет, 2023. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). URL: <https://elar.usfeu.ru/handle/123456789/12451>.
4. Усольцев В. А., Колчин К. В., Норицина Ю. В. и др. Смещения всеобщих видоспецифичных аллометрических моделей при локальной оценке биомассы деревьев сосны, кедра и пихты // Эко-потенциал. 2017. № 2 (18). С. 47–58.
5. Усольцев В. А., Терехов Г. Г. Аллометрические модели биомассы и морфологии деревьев кедра сибирского на Урале и проблема мультиколлинеарности факторов // Хвойные бореальной зоны. 2025. Т. 43. № 2.
6. Baldwin V. C. Jr., Peterson K. D. Predicting the crown shape of loblolly pine trees // Canadian Journal of Forest Research. 1997. Vol. 27. P. 102–107.
7. Beekhuis J. Crown depth of radiata pine in relation to stand density and height // New Zealand Journal of Forestry. 1965. Vol. 10. P. 43–61.
8. Chen Q., Duan G., Liu Q. et al. Estimating crown width in degraded forest: a two-level nonlinear mixed-effects crown width model for *Dacrydium pierrei* and

- Podocarpus imbricatus* in tropical China // Forest Ecology and Management. 2021. Vol. 497. Article 119486.
9. Clutter J. L., Fortson J. C., Pienaar L. V. et al. Timber management: A quantitative approach. New York: John Wiley and sons, 1983. 333 p.
 10. Crecente-Campo F., Alvarez-Gonzalez J. G., Castedo-Dorado F. et al. Development of crown profile models for *Pinus pinaster* Ait. and *Pinus sylvestris* L. in northwestern Spain // Forestry. 2013. Vol. 86. P. 481–491.
 11. Curtis R. O., Reukema D. L. Crown development and site estimates in a Douglas-fir plantation spacing test // Forest Science. 1970. Vol. 16. P. 287–300.
 12. Dutcă I., McRoberts R. E., Naesset E. et al. A practical measure for determining if diameter (D) and height (H) should be combined into D^2H in allometric biomass models // Forestry: An International Journal of Forest Research. 2019. Vol. 92 (5). P. 627–634.
 13. Fish H., Loeffers V. J., Silins U. et al. Crown shyness in lodgepole pine stands of varying stand height, density, and site index in the upper foothills of Alberta // Canadian Journal of Forest Research. 2006. Vol. 36. P. 2104–2111.
 14. Fu L., Zhang H., Lu J. et al. Multilevel nonlinear mixed-effect crown ratio models for individual trees of Mongolian oak (*Quercus mongolica*) in Northeast China // PLoS ONE. 2015. Vol. 10 (8). Article e0133294.
 15. Gilmore D. W. Equations to describe crown allometry of *Larix* require local validation // Forest Ecology and Management. 2001. Vol. 148. P. 109–116.
 16. Hasenauer H., Monserud R. A. A crown ratio model for Austrian forests // Forest Ecology and Management. 1996. Vol. 84. P. 49–60.
 17. Hynynen J. Predicting tree crown ratio for unthinned and thinned Scots pine stands // Canadian Journal of Forest Research. 1995. Vol. 25. P. 57–62.
 18. Hytteborn H., Maslov A. A., Nazimova D. I. et al. Boreal forests of Eurasia. In: Ecosystems of the World. Vol. 6. Coniferous Forests. Andersson F. (ed.). Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 2005. P. 23–99.
 19. Kershaw J. A., Maguire D. A., Hann D. W. Longevity and duration of radial growth in Douglas-fir branches // Canadian Journal of Forest Research. 1990. Vol. 20. P. 1690–1695.
 20. Leites L. P., Robinson A. P., Crookston N. L. Accuracy and equivalence testing of crown ratio models and assessment of their impact on diameter growth and basal area increment predictions of two variants of the forest vegetation simulator // Canadian Journal of Forest Research. 2009. Vol. 39. P. 655–665.
 21. MacFarlane D. W., Green E. J., Burkhart H. E. Population density influences assessment and application of site index // Canadian Journal of Forest Research. 2000. Vol. 30. P. 1472–1475.
 22. Maltamo M., Bollandsås O. M., Vauhkonen J. et al. Comparing different methods for prediction of mean crown height in Norway spruce stands using airborne laser scanner data // Forestry. 2010. Vol. 83. P. 257–268.
 23. McAlpine R. S., Hobbs M. W. Predicting the height to live crown base in plantations of four boreal forest species // Wildland Fire. 1994. Vol. 4. P. 103–106.
 24. Meng S. X., Loeffers V. J., Huang S. M. Modeling crown volume of lodgepole pine based upon the uniform stress theory // Forest Ecology and Management. 2007. Vol. 251. P. 174–181.
 25. Moore J. R., Gardiner B. Relative wind firmness of New Zealand-grown *Pinus radiata* and Douglas-fir: A preliminary investigation // New Zealand Journal of Forestry Science. 2001. Vol. 31(2). P. 208–223.
 26. Rijal B., Weiskittel A. R., Kershaw J. A. Development of height to crown base models for thirteen tree species of the North American Acadian Region // The Forestry Chronicle. 2012. Vol. 88. P. 60–73.
 27. Ritchie M. W., Hann D. W. Equations for predicting height to crown base for fourteen tree species in southwest Oregon. Oregon State University, Forestry Research Laboratory, Corvallis, OR, 1987. 15 p.
 28. Ritson P., Sochacki S. Measurement and prediction of biomass and carbon content of *Pinus pinaster* trees in farm forestry plantations, south-western Australia // Forest Ecology and Management. 2003. Vol. 175. P. 103–117.
 29. Rouvinen S., Kuuluvainen T. Structure and asymmetry of tree crowns in relation to local competition in a natural mature Scots pine forest // Canadian Journal of Forest Research. 1997. Vol. 27. P. 890–902.
 30. Sattler D. F., LeMay V. A system of nonlinear simultaneous equations for crown length and crown radius for the forest dynamics model SORTIE-ND // Canadian Journal of Forest Research. 2011. Vol. 41(8). P. 1567–1576.
 31. Seidel D., Leuschner C., Muller A. et al. Crown plasticity in mixed forests – quantifying asymmetry as a measure of competition using terrestrial laser scanning // Forest Ecology and Management. 2011. Vol. 261. P. 2123–2132.
 32. Sharma R. P., Vacek Z., Vacek S. et al. Modelling individual tree height to crown base of Norway spruce (*Picea abies* (L.) Karst.) and European beech (*Fagus sylvatica* L.) // PLoS ONE. 2017. Vol. 12(10). Article e0186394.
 33. Sporek M., Sporek K. Allometric model of crown length for *Pinus sylvestris* L. stands in South-Western Poland // Forests. 2023. Vol. 14. Article 1779.
 34. Sporek M., Sporek K., Kucerk M. Verification of the Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) crown length model // Applied Sciences. 2025. Vol. 15. Article 3124.
 35. Sprugel D. G. Correcting for bias in log-transformed allometric equations // Ecology. 1983. Vol. 64. P. 208–210.
 36. Temesgen H., LeMay V., Mitchell S. J. Tree crown ratio models for multi-species and multi-layered stands of southeastern British Columbia // The Forestry Chronicle. 2005. Vol. 81(1). P. 133–141.
 37. Valentine H. T., Mäkelä A., Green E. J. et al. Models relating stem growth to crown length dynamics: application to loblolly pine and Norway spruce // Trees. 2012. Vol. 26. P. 469–478.
 38. Valentine H. T., Ludlow A. R., Furnival G. M. Modeling crown rise in even-aged stands of Sitka spruce or loblolly pine // Forest Ecology and Management. 1994. Vol. 69. P. 189–197.
 39. Yan Y., Wang J., Liu S. et al. Modeling the influence of competition, climate, soil, and their interaction on height to crown base for Korean pine plantations in

Northeast China // *European Journal of Forest Research*. 2024. Vol. 143. P. 1627–1640.

40. Zumrawi A. A., Hann D. W. Equations for predicting the height to crown base of six species in the Central Western Willamette Valley of Oregon. Oregon State University, Forest Research Laboratory, Corvallis, OR. Research Paper 52, 1989. 16 p.

41. Zybura H. Length of tree crowns in pine stands // *Sylvan*. 1977. Vol. 1. P. 13–20.

REFERENCES

1. Nalimov V. V. *Teoriya eksperimenta*. M. : Nauka, 1971. 208 s.

2. Repina E. G., Cypin A. P., Zajchikova N. A. i dr. *Ekonometrika v tablichnom redaktore MS Excel [Elektronnyj resurs] : praktikum*. Samara: Izd-vo Samar. gos. ekon. un-ta, 2019. ISBN 978-5-94622-970-8. URL: https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_010271621/.

3. Usol'cev V. A. Fitomassa model'nyh derev'ev dlya distancionnoj i nazemnoj taksacii lesov Evrazii : monografiya.. Elektronnyaya baza dannyh. 3-e izdanie, dopolnennoe. Ekaterinburg: Botanicheskij sad Uro RAN, Ural'skij gosudarstvennyj lesotekhnicheskij universitet, 2023. 1 elektron. opt. disk (CD-ROM). URL: <https://elar.usfeu.ru/handle/123456789/12451>.

4. Usol'cev V. A., Kolchin K. V., Noricina Yu. V. i dr. Smeshcheniya vseobshchih vidospecificnyh allometricheskikh modelej pri lokal'noj ocenke biomassy derev'ev sosny, kedra i pihty // *Eko-potencial*. 2017. № 2 (18). S. 47–58.

5. Usol'cev V. A., Terekhov G. G. Allometricheskie modeli biomassy i morfologii derev'ev kedra sibirskogo na Urale i problema mul'tikollinearnosti faktorov // *Hvoynye boreal'noj zony*. 2025. T. 43. № 2.

6. Baldwin V. C. Jr., Peterson K. D. Predicting the crown shape of loblolly pine trees // *Canadian Journal of Forest Research*. 1997. Vol. 27. P. 102–107.

7. Beekhuis J. Crown depth of radiata pine in relation to stand density and height // *New Zealand Journal of Forestry*. 1965. Vol. 10. P. 43–61.

8. Chen Q., Duan G., Liu Q. et al. Estimating crown width in degraded forest: a two-level nonlinear mixed-effects crown width model for *Dacrydium pierrei* and *Podocarpus imbricatus* in tropical China // *Forest Ecology and Management*. 2021. Vol. 497. Article 119486.

9. Clutter J. L., Fortson J. C., Pienaar L. V. et al. *Timber management: A quantitative approach*. New York: John Wiley and sons, 1983. 333 p.

10. Crecente-Campo F., Alvarez-Gonzalez J. G., Castedo-Dorado F. et al. Development of crown profile models for *Pinus pinaster* Ait. and *Pinus sylvestris* L. in northwestern Spain // *Forestry*. 2013. Vol. 86. P. 481–491.

11. Curtis R. O., Reukema D. L. Crown development and site estimates in a Douglas-fir plantation spacing test // *Forest Science*. 1970. Vol. 16. P. 287–300.

12. Dutcă I., McRoberts R. E., Naesset E. et al. A practical measure for determining if diameter (D) and height (H) should be combined into D2H in allometric biomass models // *Forestry: An International Journal of Forest Research*. 2019. Vol. 92 (5). P. 627–634.

13. Fish H., Lieffers V. J., Silins U. et al. Crown shyness in lodgepole pine stands of varying stand height,

density, and site index in the upper foothills of Alberta // *Canadian Journal of Forest Research*. 2006. Vol. 36. P. 2104–2111.

14. Fu L., Zhang H., Lu J. et al. Multilevel nonlinear mixed-effect crown ratio models for individual trees of Mongolian oak (*Quercus mongolica*) in Northeast China // *PLoS ONE*. 2015. Vol. 10 (8). Article e0133294.

15. Gilmore D. W. Equations to describe crown allometry of *Larix* require local validation // *Forest Ecology and Management*. 2001. Vol. 148. P. 109–116.

16. Hasenauer H., Monserud R. A. A crown ratio model for Austrian forests // *Forest Ecology and Management*. 1996. Vol. 84. P. 49–60.

17. Hynynen J. Predicting tree crown ratio for unthinned and thinned Scots pine stands // *Canadian Journal of Forest Research*. 1995. Vol. 25. P. 57–62.

18. Hytteborn H., Maslov A. A., Nazimova D. I. et al. Boreal forests of Eurasia. In: *Ecosystems of the World*. Vol. 6. Coniferous Forests. Andersson F. (ed.). Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 2005. P. 23–99.

19. Kershaw J. A., Maguire D. A., Hann D. W. Longevity and duration of radial growth in Douglas-fir branches // *Canadian Journal of Forest Research*. 1990. Vol. 20. P. 1690–1695.

20. Leites L. P., Robinson A. P., Crookston N. L. Accuracy and equivalence testing of crown ratio models and assessment of their impact on diameter growth and basal area increment predictions of two variants of the forest vegetation simulator // *Canadian Journal of Forest Research*. 2009. Vol. 39. P. 655–665.

21. MacFarlane D. W., Green E. J., Burkhart H. E. Population density influences assessment and application of site index // *Canadian Journal of Forest Research*. 2000. Vol. 30. P. 1472–1475.

22. Maltamo M., Bollandsås O. M., Vauhkonen J. et al. Comparing different methods for prediction of mean crown height in Norway spruce stands using airborne laser scanner data // *Forestry*. 2010. Vol. 83. P. 257–268.

23. McAlpine R. S., Hobbs M. W. Predicting the height to live crown base in plantations of four boreal forest species // *Wildland Fire*. 1994. Vol. 4. P. 103–106.

24. Meng S. X., Lieffers V. J., Huang S. M. Modeling crown volume of lodgepole pine based upon the uniform stress theory // *Forest Ecology and Management*. 2007. Vol. 251. P. 174–181.

25. Moore J. R., Gardiner B. Relative wind firmness of New Zealand-grown *Pinus radiata* and Douglas-fir: A preliminary investigation // *New Zealand Journal of Forestry Science*. 2001. Vol. 31(2). P. 208–23.

26. Rijal B., Weiskittel A. R., Kershaw J. A. Development of height to crown base models for thirteen tree species of the North American Acadian Region // *The Forestry Chronicle*. 2012. Vol. 88. P. 60–73.

27. Ritchie M. W., Hann D. W. Equations for predicting height to crown base for fourteen tree species in southwest Oregon. Oregon State University, Forestry Research Laboratory, Corvallis, OR, 1987. 15 p.

28. Ritson P., Sochacki S. Measurement and prediction of biomass and carbon content of *Pinus pinaster* trees in farm forestry plantations, south-western Australia // *Forest Ecology and Management*. 2003. Vol. 175. P. 103–117.

29. Rouvinen S., Kuuluvainen T. Structure and asymmetry of tree crowns in relation to local competition in a natural mature Scots pine forest // *Canadian Journal of Forest Research*. 1997. Vol. 27. P. 890–902.
30. Sattler D. F., LeMay V. A system of nonlinear simultaneous equations for crown length and crown radius for the forest dynamics model SORTIE-ND // *Canadian Journal of Forest Research*. 2011. Vol. 41(8). P. 1567–576.
31. Seidel D., Leuschner C., Muller A. et al. Crown plasticity in mixed forests—quantifying asymmetry as a measure of competition using terrestrial laser scanning // *Forest Ecology and Management*. 2011. Vol. 261. P. 2123–2132.
32. Sharma R. P., Vacek Z., Vacek S. et al. Modelling individual tree height to crown base of Norway spruce (*Picea abies* (L.) Karst.) and European beech (*Fagus sylvatica* L.) // *PLoS ONE*. 2017. Vol. 12(10). Article e0186394.
33. Sporek M., Sporek K. Allometric model of crown length for *Pinus sylvestris* L. stands in South-Western Poland // *Forests*. 2023. Vol. 14. Article 1779.
34. Sporek M., Sporek K., Kucerka M. Verification of the Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) crown length model // *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15. Article 3124.
35. Sprugel D. G. Correcting for bias in log-transformed allometric equations // *Ecology*. 1983. Vol. 64. P. 208–210.
36. Temesgen H., LeMay V., Mitchell S. J. Tree crown ratio models for multi-species and multi-layered stands of southeastern British Columbia // *The Forestry Chronicle*. 2005. Vol. 81(1). P. 133–141.
37. Valentine H. T., Mäkelä A., Green E. J. et al. Models relating stem growth to crown length dynamics: application to loblolly pine and Norway spruce // *Trees*. 2012. Vol. 26. P. 469–478.
38. Valentine H. T., Ludlow A. R., Furnival G. M. Modeling crown rise in even-aged stands of Sitka spruce or loblolly pine // *Forest Ecology and Management*. 1994. Vol. 69. P. 189–197.
39. Yan Y., Wang J., Liu S. et al. Modeling the influence of competition, climate, soil, and their interaction on height to crown base for Korean pine plantations in Northeast China // *European Journal of Forest Research*. 2024. Vol. 143. P. 1627–1640.
40. Zumrawi A. A., Hann D. W. Equations for predicting the height to crown base of six species in the Central Western Willamette Valley of Oregon. Oregon State University, Forest Research Laboratory, Corvallis, OR. Research Paper 52, 1989. 16 p.
41. Zybur H. Length of tree crowns in pine stands // *Sylvan*. 1977. Vol. 1. P. 13–20.

© Усольцев В. А., 2025

Поступила в редакцию 10.01.2025
Принята к печати 04.08.2025