

ЦИФРОВАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ДИГРЕССИИ РАСТИТЕЛЬНОСТИ ПОД ВЛИЯНИЕМ АНТРОПОГЕННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Г. А. Доррер, С. В. Яровой

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газеты «Красноярский Рабочий», 31

E-mail: g_a_dorrer@mail.ru

Происходящая в настоящее время Четвёртая промышленная революция и создаваемая при этом Индустрия 4.0 предполагают массовое внедрение киберфизических систем (КФС) в производство и обслуживание человеческих потребностей, включая быт, труд, обеспечение безопасности и досуг. Среди областей, для которых создаются киберфизические системы, не последнее место занимает взаимодействие человека с окружающей средой, которое должно перейти на новый уровень, обеспечивая гармонизацию потребностей человечества и сохранность природной среды. При этом особый интерес представляет создание киберфизических систем для широкого класса природных процессов, названных динамическими процессами на поверхности Земли. Примерами таких процессов могут служить природные пожары, наводнения, разливы нефтепродуктов на поверхности Земли и воды и целый ряд других. Эти процессы имеют разную физическую природу (геологическую, биологическую, метеорологическую, гидрологическую, антропогенную), но, в общем случае, таким процессом может быть названо любое явление природного или антропогенного характера, которое можно представить в виде подвижной области, контура или бегущей волны, распространяющейся по поверхности Земли. Эти процессы объединяет ряд особенностей, благодаря которым их динамику и управление можно описать с помощью единого математического аппарата, что позволяет создавать цифровые модели данных объектов, которые являются обязательной частью всех киберфизических систем.

В настоящей работе рассматривается еще один вид динамических процессов на поверхности Земли – процессы дигрессии растительности, то есть изменения в природных растительных комплексах под влиянием их интенсивного использования человеком. Сформулированы требования к цифровым моделям процесса дигрессии и возникающие при этом задачи. Предложена и исследована математическая модель пастбищной дигрессии, характерной как для северного оленеводства, так и для скотоводства в южных пустынных районах. Описан метод построения цифровой модели этого процесса. Реализована ГИС-ориентированная система, предназначенная для цифрового моделирования процессов пастбищной дигрессии, которая может послужить основой для соответствующей киберфизических системы.

Ключевые слова: процессы антропогенной растительной дигрессии, математическое и цифровое моделирование этих процессов.

Conifers of the boreal area. 2022, Vol. XL, No. 6, P. 465–473

DIGITAL MODEL OF THE PROCESS OF VEGETATION DIGRESSION UNDER THE INFLUENCE OF ANTHROPOGENIC IMPACT

G. A. Dorrer, S. V. Yarovoy

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

E-mail: g_a_dorrer@mail.ru

The ongoing Fourth Industrial Revolution and the Industry 4.0 being created at the same time involve the massive introduction of cyber-physical systems (CPS) in the production and service of human needs, including life, work, security and leisure. Among the areas for which cyber-physical systems are being created, not the last place is occupied by human interaction with the environment, which should move to a new level, ensuring the harmonization of human needs and the preservation of the natural environment. At the same time, the creation of cyber-physical systems for a wide class of natural processes, called dynamic processes on the Earth's surface, is of particular interest. Examples of such processes

are wild fires, floods, oil spills on the surface of the Earth and water, and a number of others. These processes have a different physical nature (geological, biological, meteorological, hydrological, anthropogenic), but, in the general case, such a process can be called any phenomenon of a natural or anthropogenic nature, which can be represented as a moving area, contour or traveling wave propagating over the surface of the earth. These processes are united by a number of features, due to which their dynamics and control can be described using a single mathematical apparatus, which makes it possible to create digital models of these objects, which are an indispensable part of all cyber-physical systems.

In this paper, another type of dynamic processes on the Earth's surface is considered – the processes of vegetation digression, that is, changes in natural plant complexes under the influence of their intensive use by humans. The requirements for digital models of the digression process and the problems arising from this are formulated. A mathematical model of pasture digression, which is characteristic of both reindeer herding and cattle breeding in the southern desert regions, has been proposed and studied. A method for constructing a digital model of this process is described. A GIS-based system has been implemented for digital modeling of pasture digression processes, which can serve as the basis for the corresponding cyber-physical system.

Keywords: *Processes of anthropogenic plant digression, mathematical and digital modeling of these processes.*

ВВЕДЕНИЕ

Происходящая в настоящее время Четвёртая промышленная революция и создаваемая при этом Индустрия 4.0 предполагают массовое внедрение киберфизических систем (КФС) в производство и обслуживание человеческих потребностей, включая быт, труд, обеспечение безопасности и досуг. Среди областей, для которых создаются киберфизические системы, не последнее место занимает взаимодействие человека с окружающей средой, которое должно перейти на новый уровень, обеспечивая гармонизацию потребностей человечества и сохранность природной среды. При этом особый интерес представляет создание киберфизических систем для широкого класса природных процессов, названных динамическими процессами на поверхности Земли. Примерами таких процессов могут служить природные пожары, наводнения, разливы нефтепродуктов на поверхности Земли и воды и целый ряд других. Эти процессы имеют разную физическую природу (геологическую, биологическую, метеорологическую, гидрологическую, антропогенную), но, в общем случае, таким процессом может быть названо любое явление природного или антропогенного характера, которое можно представить в виде подвижной области, контура или бегущей волны, распространяющейся по поверхности Земли. Эти процессы объединяет ряд особенностей, благодаря которым их динамику и управление можно описать с помощью единого математического аппарата, что позволяет создавать цифровые модели данных объектов, которые являются обязательной частью всех киберфизических систем. Примеры таких систем содержатся в работах [1–3].

В настоящей работе рассматривается еще один вид динамических процессов на поверхности Земли – процессы дигрессии растительности.

Дигрессия – это процесс изменения в природных растительных комплексах под влиянием их интенсивного использования человеком.

В зависимости от видов природных комплексов и способов воздействия на них различают различные виды дигрессии. В частности, можно отметить следующие.

Техногенная дигрессия – угнетение лесов, травяного и лишайникового покрова, вызванное промышленным загрязнением воздуха, в особенности при

медно-никелевом производстве. Этот вид дигрессии характерен для северных регионов нашей страны (Мурманская область, Норильский промышленный район), а также для Финляндии и Норвегии. Дигрессия приводит к изменению видового состава растений, нарушает ход природных восстановительных процессов в этих условиях, зачастую приводит к полной гибели растительности [4].

Рекреационная дигрессия – это изменения в природных комплексах (главным образом в лесных биоценозах) под влиянием их интенсивного использования для отдыха населения [5]. Регулярное пребывание даже ограниченного количества рекреантов (людей, животных) в лесу вызывает постепенные прогрессирующие изменения в сложных взаимосвязанных биологических системах, которые могут привести к разрушению природной среды. Самым ощутимым и постоянно действующим фактором рекреационной дигрессии является механическое воздействие – вытаптывание растительного покрова и уплотнение почвы.

Пастбищная дигрессия – изменение в природном комплексе за счет выпаса скота. Этот процесс происходит в разных климатических и природных зонах.

Так, известно, что северные олени пасутся целыми стадами на отдельных природных участках. Их выпасом на пастбищах в степи организованно занимаются местные жители. При этом все сильнее выявляется пастбищная дигрессия – процесс ухудшения состояния экологической системы из-за воздействия ряда негативных антропогенных факторов.

Пастбищная дигрессия характерна также для пустынных районов. Несмотря на суровые климатические условия, пустыни обладают значительными биологическими ресурсами и служат базой отгонного скотоводства. В южных районах пастбищная дигрессия может привести к полному исчезновению растительности – к так называемому опустыниванию аридных зон [6–8].

Из приведенного краткого обзора следует, что для мониторинга и рационального управления использованием ресурсов природных экосистем необходимо изучение процессов взаимодействия таких систем с антропогенными факторами и создание на этой основе цифровых моделей этих процессов как основы киберфизических систем.

В частности, при моделировании процессов дигрессии речь должна идти о комплексе следующих взаимосвязанных математических моделей.

- Цифровые модели местности, отображающие топографию и растительный покров рассматриваемой природной зоны.
- Модели сезонной и многолетней динамики фитоценозов.
- Модели миграции животных и людей по рассматриваемой территории.
- Модели взаимодействия фитоценозов с мигрирующими животными и людьми.

Наличие перечисленного комплекса моделей позволяет решать следующие группы задач.

1. Прямое моделирование: прогноз динамики фитоценозов при заданных «сценариях» развития животноводства и рекреационной нагрузки.
2. Обратные задачи: оценка параметров моделей по данным наземных и аэрокосмических наблюдений за динамикой растительного покрова.
3. Задачи управления: выбор оптимальных стратегий использования биологических ресурсов интересующих нас природных зон.

Указанные модели, как правило, достаточно сложны и состоят из системы моделей более низкого уровня. Разработка комплекса таких моделей, а также обеспечивающих подсистем для них (информационной, программной, технической) представляет собой достаточно сложную междисциплинарную проблему.

В настоящей работе рассматривается ряд математических моделей описывающих пространственную динамику фитоценозов, миграцию животных и их взаимодействие.

Цель работы – наметить методологические и системные основы цифрового моделирования процесса дигрессии на основе общих принципов экологической биофизики [9]. С этой точки зрения предлагаемая работа, на наш взгляд, может представить как самостоятельный интерес, так и послужить основой для создания в дальнейшем более сложных систем – цифровых теней и цифровых двойников природных процессов.

Из всех перечисленных выше видов растительной дигрессии мы рассмотрим математические модели пастбищной дигрессии.

1. Моделирование процесса пастбищной дигрессии

1.1. Модель роста биомассы.

Продуктивность растительности на пастбищах за многолетний период изучалась в работах [7; 8], однако авторами не предложено математическое описание этих процессов.

Модель должна быть привязана с помощью ГИС-системы к цифровой модели местности, основу которой составляет карта рассматриваемой территории D с заданной на них системой координат $x = (x_1, x_2)^T \in D$. На карте должны быть указаны рельеф, распределение запасов растительности и элементы инфраструктуры местности – дорог, источников воды и др.

Масштаб карт зависит от требуемой детальности моделирования природных зон, и, как показывает

опыт работы с аналогичными системами, должен находиться в пределах от 1:10000 до 1:100000.

Ниже рассмотрена модель многолетнего баланса фитомассы, основанная на предположении об экспоненциальном законе стремления ее к положению равновесия. Для элементарного участка территории уравнение усредненного за год баланса кормовой фитомассы имеет вид

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{T}(S_p - S) - U. \quad (1)$$

Здесь S (тонн/км²) – текущий запас фитомассы на единице площади; S_p (тонн/км²) – равновесный запас фитомассы при заданных природных условиях и уровне антропогенной нагрузки; T (год) – постоянная времени процессов дигрессии и восстановления фитоценоза; U (тонн/км²·год) – антропогенная нагрузка.

Все входящие в уравнение (1) величины в общем случае являются функциями времени и пространственных координат, поэтому начальные условия должны задаваться на всей рассматриваемой территории D :

$$S(0, x) = S_0(x), \quad x \in D, \quad (2)$$

где $S_0(x)$ – заданное распределение.

Величина равновесного запаса фитомассы S_p , согласно [7] зависит от гидрометеорологических условий в данный и предшествующий сезоны и от антропогенных воздействий. Характер последней зависимости показан на рис. 1. Из рисунка видно, что малые величины нагрузки оказывают стимулирующее воздействие на растительность, а при превышении антропогенной нагрузкой оптимального уровня U_{opt} происходит снижение равновесного запаса фитомассы до полного угнетения растительности.

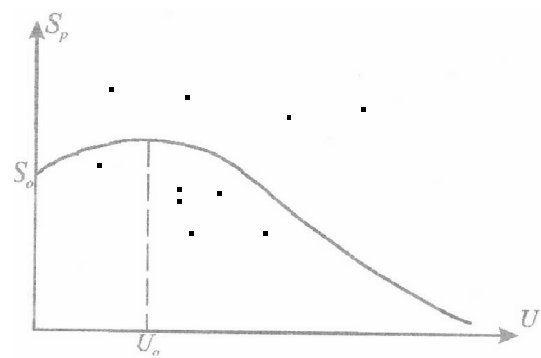


Рис. 1

2. Модель миграции животных

Как известно, миграция животных определяется наличием источников воды, особенно в пустынных местностях. Для простоты рассмотрим случай, когда имеется одна база B с источником воды, и животные от этой базы мигрируют во всех направлениях.

В модели принимаются следующие допущения.

1. Пути миграции начинаются на границах базы B , которая представляет собой окружность радиусом r и центром x_0 .

2. Движение животных состоит из закономерного (магистрального) и хаотического относительно маги-

стралей. При хаотическом движении животные посещают все точки зоны в окрестности магистрали.

3. Скорость магистрального движения в каждой точке зоны зависит от координат этой точки и направления движения.

4. Магистрали выходят из границы базы равномерно по всем направлениям, и общее количество мигрирующих животных равномерно распределяется по магистралям.

Из приведенных допущений следует, что уравнение магистралей определяется решением семейства задач

$$\dot{x} = v(x, \omega), \quad (3)$$

$$x \in D, x(0, \omega) = x_0 + r_B \begin{bmatrix} \cos \omega \\ \sin \omega \end{bmatrix}, \omega \in 2\pi. \quad (4)$$

Здесь $x(t)$ – координаты животного; x_0 – координаты центра базы; r_B – ее радиус, $\omega \in 2\pi$ – параметры магистралей; $v(x, \omega) \in V(x, \omega)$ – скорость движения животных; $V(x, \omega)$ – максимально возможная скорость движения.

Совокупность решений системы (3), при начальных условиях (4) определяет многообразие, зависящее от параметра ω [9]. При этом каждому значению параметра $\omega = \omega'$ соответствует своя магистраль $x' = (x_0, \omega', t)$, выходящая из точки $x(0, \omega')$ в направлении $p' = [\cos \omega' \sin \omega']^T$.

Линии, соединяющие точки магистралей, соответствующие одному моменту времени, называют **изохронами** или линиями равных времен достижения. Вектор p в каждой точке плоскости является нормалью к проходящей через эту точку изохроне. На рисунке 2 схематически показано семейство магистралей (сплошные линии) и изохроны (пунктирные линии) для неоднородных топографических и растительных условий.

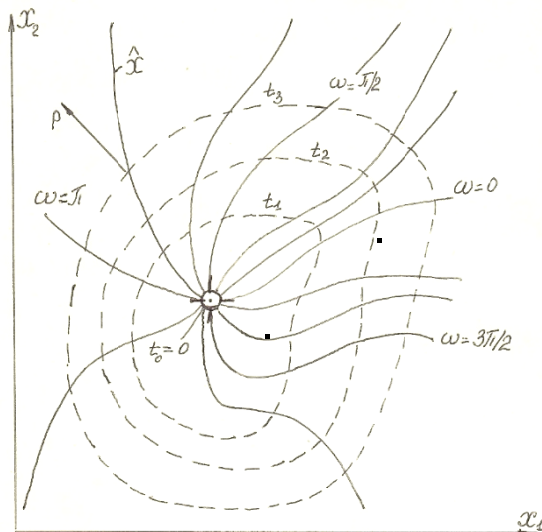


Рис. 2

Согласно допущению 4, вдоль каждой магистрали мигрирует одинаковое количество животных. Кроме того, поскольку моделируемые величины осредняются за год, а характерное время движения животных

вдоль магистрали существенно меньше, то можно считать, что животные распределяются равномерно вдоль магистралей. По этой же причине абсолютная временная параметризация магистралей может быть заменена относительным расстоянием $\rho(t, \omega) = r(t, \omega)/r_m(\omega)$, где

$$r(t, \omega) = \int_0^t v(x(\tau, \omega)) d\tau, r_m(\omega) = \int_0^{t_m} v(x(\tau, \omega)) d\tau, \quad (5)$$

r_m максимальное удаление от центра в момент t_m , а интегрирование ведется вдоль магистрали $x(\omega, t)$. В дальнейшем можно рассматривать не всю область D , а ту ее часть D_0 , которая ограничивается изохроной, соответствующей t_m .

3. Модель взаимодействия фитоценозов с мигрирующими животными

Перейдем к криволинейной системе координат (ω, ρ) , образованной семейством магистралей и изохрон. Параметрами этой системы являются ω – начальное направление магистрали ($0 \leq \omega \leq 2\pi$) и ρ – относительное расстояние от центра ($0 \leq \rho \leq 1$). Дополнительно предположим, что система координат (ω, ρ) взаимно однозначно преобразуется к исходной системе (x_1, x_2) .

Выделим две близких магистрали с параметрами ω и $\omega + d\omega$ и рассмотрим в образованной ими полосе элементарный участок $d\sigma$, ограниченный параметрами ρ' и $\rho' + d\rho$ (рис. 3).

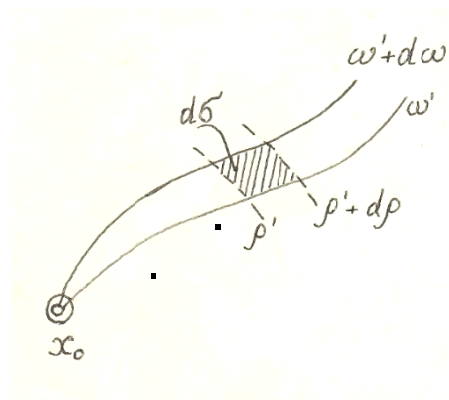


Рис. 3

Пусть M – число голов животных, мигрирующих в D_0 . Тогда на элементарной площадке $d\sigma$ в среднем оказывается $(M/2\pi r_m) d\rho d\omega$ особей, а их плотность (количество на единице площади) составляет

$$q(\rho, \omega) = \frac{M d\rho d\omega}{2\pi r_m d\sigma}. \quad (6)$$

Как известно [10], в криволинейной системе координат справедливо соотношение $d\sigma = |J| d\rho d\omega$, где

$$J(\rho, \omega) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \rho} & \frac{\partial x_1}{\partial \omega} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \rho} & \frac{\partial x_2}{\partial \omega} \end{vmatrix} \quad (7)$$

– якобиан преобразования, определяющий деформацию элемента $d\sigma$ по сравнению с системой координат (x_1, x_2) .

Поле $J(\rho, \omega)$, $(\rho, \omega) \in D_0$ фактически задает информацию о магистралях. Далее предполагается, что $J(\rho, \omega) \neq 0$ во всей области D_0 .

Поле $J(\rho, \omega)$ называют регулярным, если

$$\partial|J|/\partial\rho > 0$$

и нерегулярным, если имеются точки в D_0 , где $\partial|J|/\partial\rho \leq 0$.

Предполагая, что воздействие на фитоценоз пропорционально средней по времени плотности животных на территории, получим выражение для величины антропогенной нагрузки на элементарной площадке:

$$U(\rho, \omega) = k \cdot q(\rho, \omega) = \frac{M \cdot k}{2\pi \cdot r_m |J(\rho, \omega)|}, \quad (8)$$

где k (тонн / шт. год) – ущерб, наносимый растительности одним животным (включая корм и вытаптывание) в течение года.

5. Равновесное состояние фитоценоза

Вернемся к уравнению (1) и проанализируем условие равновесия фитоценоза при длительном антропогенном воздействии. Как следует из вида уравнения (1), система всегда устойчива и имеет одну точку равновесия. При $t \rightarrow \infty$ $dS/dt \rightarrow 0$, и равновесный запас биомассы $\bar{S}$ в каждой точке $(\rho, \omega) \in D_0$ определится из уравнения

$$\bar{S}(\rho, \omega) = S_p(U(\rho, \omega)) - TU(\rho, \omega). \quad (9)$$

По физическому смыслу задачи представляют интерес только неотрицательные решения $\bar{S} \geq 0$. В зависимости от величины нагрузки уравнение (9) либо имеет одно неотрицательное решение, либо таких решений нет.

Нагрузка U^* при которой $\bar{S} = 0$, называется критической. При $U < U^*$ и $\bar{S} > 0$ возможное устойчивое хозяйствование, а при $U \geq U^*$ и $\bar{S} = 0$ наступает полная дигрессия растительности. Как видно из (8), при фиксированном числе животных M величина антропогенной нагрузки зависит от $|J|$.

Поскольку принятая криволинейная система координат топологически подобна полярной системе, то при $\rho \rightarrow 0$ $J \rightarrow 0$ и $U \rightarrow \infty$. Таким образом, в окрестности центра всегда $\bar{S} \rightarrow 0$, что соответствует физическому смыслу и наблюдениям: в районе водопоя и содержания животных растительность, как правило, бывает уничтожена. С другой стороны, при $\rho \rightarrow \infty$ $|J| \rightarrow \infty$, $U \rightarrow 0$ и $\bar{S} \rightarrow S_0$, т. е. на больших расстояниях от источника антропогенная нагрузка мала, а запас растительной биомассы определяется только природными факторами.

Равновесное состояние системы устанавливается в соответствии с (1), (2). Решение этой системы имеет вид

$$S(\rho, \omega, t) = S_0(\rho, \omega) e^{-\frac{t}{T}} + [S_p(U(\rho, \omega) - TU(\rho, \omega))] \cdot (1 - e^{-t/T}). \quad (10)$$

Тогда при $\bar{S} = 0$ время $\bar{t}$, за которое произойдет полная дигрессия в точке (ρ, ω) , определится из условия:

$$\bar{t} = \bar{t}(\rho, \omega) = \sup \{t: S(\rho, \omega, t) > 0\}. \quad (11)$$

Из (10) следует, что момент времени, когда величина $\bar{S}$ становится равной нулю, определяется формулой

$$\bar{t}(\rho, \omega) = T \ln \frac{S_0(\rho, \omega) - [S_p(U(\rho, \omega)) - TU(\rho, \omega)]}{-[S_p(U(\rho, \omega)) - TU(\rho, \omega)]}, \quad (12)$$

причем это решение существует только при $S_p(U(\rho, \omega)) < TU(\rho, \omega)$, т. е. когда $U(\rho, \omega) > U^*$. В случае $S_p(U(\rho, \omega)) \geq TU(\rho, \omega)$ установление равновесия происходит асимптотически, т. е. $\bar{t}(\rho, \omega) \rightarrow 0$, что соответствует физическому смыслу задачи.

Рассмотрим процесс дигрессии внутри элементарной полосы (рис. 3).

При $\rho \rightarrow 0$, $U \rightarrow 0$ и $\bar{t} \rightarrow 0$, то есть в центре дигрессия наступает мгновенно, а затем в случае регулярного поля $J(\rho, \omega)$ с увеличением ρ величина U уменьшается, а величина $\bar{t}(\rho, \omega)$ возрастает. В силу непрерывности функции (12) можно говорить о движущейся волне дигрессии. Эта волна начинается на границе базы, и при регулярном поле $J(\rho, \omega)$ движется с убывающей скоростью до остановки фронта. За пределами зоны дигрессии установившийся запас фитомассы $\bar{S}$ возрастает, и при

$$\rho \rightarrow 1 \quad \bar{S} \rightarrow S_0.$$

Картина волнового процесса при нерегулярном поле $J(\rho, \omega)$ оказывается более сложной. В частности, область дигрессии даже при одном центре может оказаться многосвязной. Подробное рассмотрение таких процессов требует численного моделирования процессов дигрессии, о чем речь пойдет в разделе 7.

При снижении нагрузки на пастбище (например, путем уменьшения количества животных N) в соответствии с рассматриваемой моделью возможно уменьшение области дигрессии, т. е. движение волны к центру. Если в некоторый момент времени положить $N = 0$, то область дигрессии стянется к области B . Процесс движения волны дигрессии обладает некоторыми свойствами автоволны [10], однако его природа в рассматриваемой модели отлична от обычно рассматриваемых в математической биофизике волн диффузионного типа.

Интересно отметить, что если принять закон миграции животных отличный от рассмотренного (например, медленное перемещение стада вокруг источника таким образом, что к очередному возвращению стада растительность успевает восстановиться), то можно получить автоволновой процесс типа спиральной волны.

6. Волна дигрессии в однородных условиях

Рассмотрим случай, когда рассматриваемая природная область однородна по пространству и по растительным условиям. В этом случае, как следует из п. 2, магистрали представляют собой прямолинейные лучи, равномерно выходящие из центра, а изохроны – концентрические окружности. Криволиней-

ная система координат (ω, ρ) превращается в полярную с центром в точке x_0 . При этом

$$x_1 = r \cos \omega, x_2 = r \sin \omega,$$

якобиан равен

$$J = \begin{vmatrix} \cos \omega & -r \sin \omega \\ \sin \omega & r \cos \omega \end{vmatrix} = r,$$

антропогенная нагрузка согласно (9) определится выражением

$$U(r) = \frac{M \cdot k}{F}, \quad (13)$$

где F – площадь пастбища, км².

На рисунке 4 приведено семейство кривых, показывающих скорость дигрессии растительности в зависимости от уровня антропогенной нагрузки и время полной ликвидации растительности (время начала опустынивания в случае пустынных экосистем).

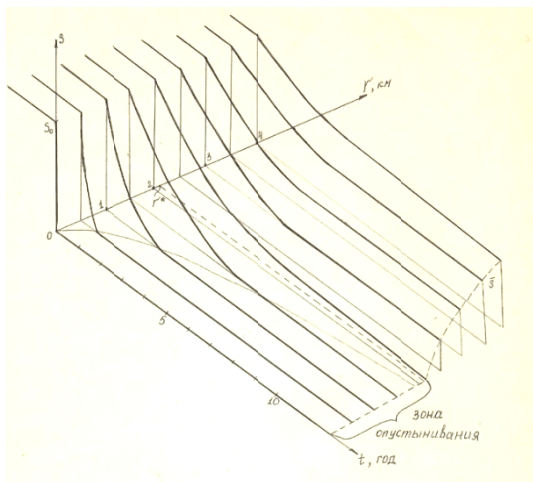


Рис. 4

В заключение рассмотрим простой пример.

Пусть $S_0 = 20$ т/км², $T = 5$ лет, $M = 1000$ шт.,
 $k = 0,51$ т/шт · год, $F = 10$ км².

Примем следующее выражение для равновесного запаса фитомассы (рис. 1):

$$S_n(U) = S_0 + aU - bU^2, \quad (14)$$

где $a=1,33$; $b=0,33$.

Величина антропогенной нагрузки согласно (13)

$$U(r) = \frac{M \cdot k}{2\pi \cdot r_m \cdot r} \approx 8,1/r.$$

7. Численное моделирование процессов депрессии

Как отмечалось во введении, дигрессия растительности представляет собой один из природных процессов на поверхности Земли, и его конфигурация может быть описана с помощью общих алгоритмов.

При практическом моделировании процессов депрессии растительности могут ставиться различные задачи, в том числе и рассмотренные выше. В данном разделе мы рассмотрим более общую задачу: прогнозирование пространственного распространения про-

цесса дигрессии путем расчета баланса растительности.

При расчете мы перейдем к рассмотрению процесса в дискретном времени $t = 0, 1, 2, \dots$ с временным шагом Δt . В этом случае уравнение баланса фитомассы (1) для элементарного участка $d\sigma \in D$ принимает вид

$$\frac{S(t+1)-S(t)}{\Delta t} = \frac{1}{T}(S_p - S(t)) - U(t), \quad (15)$$

откуда

$$S(t + 1) = S(t)(1 - \frac{\Delta t}{T}) - \frac{\Delta t}{T} S_p - U(t)\Delta t. \quad (16)$$

Воспользовавшись выражением (9) для S_r и проделав некоторые преобразования, получим:

$$S(t+1) = S(t) \left(1 - \frac{\Delta t}{T}\right) - \frac{\Delta t}{\tau} [S_0 + (a - T)U(t) - bU(t)^2]. \quad (17)$$

Уравнения (16, 17) позволяют рассчитывать баланс фитомассы на некоторой территории в целом, без учета ее пространственного распределения.

Для расчета пространственного распределения фитомассы в условиях дигрессии, как уже говорилось, требуется наличие цифровой модели местности, которая включает в себя цифровую карту, отображающую топографию и инфраструктуру местности, а также распределение запасов кормовой растительности.

При расчете можно воспользоваться двумя подходами, как это следует из рисунка 2:

- расчет процесса дигрессии на множестве траекторий движения животных;
- аналогичный расчет на изохронах – линиях равного времени достижения процессом дигрессии.

При этом при обоих подходах предполагается, что все животные одновременно стартуют из области начального расположения B и движутся, постепенно занимая всю рассматриваемую область D .

Мы рассмотрим второй из упомянутых подходов, математической основой которой является алгоритм подвижных сеток [4; 12], который позволяет создать так называемую мультиагентную модель, наглядно отражающая динамику процесса [1].

Расчет состоит из двух этапов:

- расчет перемещения и распределения животных по территории,
- расчет баланса растительности в каждой точке пребывания животных.

Рассмотрим эти этапы подробнее.

7.1 Расчет перемещения и распределения животных по территории.

Для расчета должна быть задана цифровая модель местности – карта с указанием топологии местности и распределением растительности. Процесс моделирования, как и ранее, рассматривается в дискретном времени $t = 0, 1, 2, \dots$ с шагом Δt .

Пусть имеется M_0 животных, которые из области первоначального сосредоточения D_0 движутся по области D последовательными волнами. Каждая такая волна моделируется изохроной процесса $\varphi(x, t)$, а весь процесс перемещения животных отображается в виде набора изохрон $\varphi_i(x, t) \in D$, которые,

начиная с начального расположения, $\varphi(x, 0) \in D_0$, перемещаются по области D . Изохрона состоит из множества узлов $A_i(t)$, в каждом из которых находится группа из m животных.

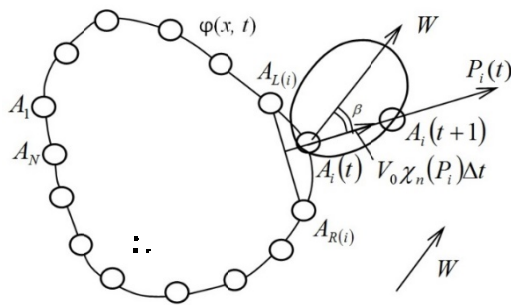


Рис. 5

Рассмотрим процесс построения изоخرон процесса дигрессии и распределения животных по территории (рис. 5). Каждый узел $A_i(t)$ с точки зрения теории моделирования может рассматриваться как динамический агент.

На рис. 5 показана одна из изоخرон $\varphi_i(x, t)$, содержащая набор узлов $A_i(t)$, $i = 0, 1, 2, \dots, N(t)$. Всего на данной изохроне содержится $M(t) = m N(t)$ животных.

Рассмотрим один шаг моделирования процесса перемещения животных и построения новой изохроны.

Животные из узла $A_i(t)$ движутся по нормали к границе изохроны P_i со скоростью $V_n = V_0 \chi_n(P_i)$, где V_0 – максимально возможная скорость движения в данной точке, $\chi_n(P_i)$ – индикатриса нормальной скорости, определяющая величину скорости перемещения в зависимости от направления движения. Вектор W показывает направление наиболее быстрого перемещения. За отрезок времени Δt животные переместятся на расстояние $V_0 \chi_n(P_i) \Delta t$ в узел $A_i(t+1)$. Декартовы координаты узла $x(A_i(t+1))$ фиксируются, а изображение узла наносится на цифровую карту местности.

Проделав описанную процедуру для всех точек изохроны $\varphi(x, t)$, получаем новую изохрону $\varphi(x, t+1)$.

Затем выполняется упорядочение узлов новой изохроны, состоящая в том, что выполняются две проверки: а) если расстояние между соседними узлами больше определенной величины l_{max} , то между этими узлами вставляется новый узел, б) если это расстояние меньше заданного минимума l_{min} , то один из узлов удаляется. Таким образом, количество узлов по мере моделирования процесса может изменяться, и в момент времени t составляет $N(t+1)$ узлов.

Рассмотрим теперь баланс количества животных.

В начальный момент изохроне $\varphi(x, 0)$ находится M_0 животных, и по мере продвижения изохрон животные распределяются по рассматриваемой территории.

Всего на изохроне $\varphi(x, t)$ в момент t находится $M(t)$ животных. Часть из них, а именно по m остаются в каждом узле изохроны $\varphi(x, t)$, а остальные

$M(t) - mN(t)$ перемещаются в новую. изохрону $\varphi(x, t+1)$.

Этот процесс продолжается до тех пор, пока либо все животные будут распределены, либо окончится запас растительности, либо очередная изохрона дойдет до границ области D ,

7.2 Расчет баланса растительности в каждой точке пребывания животных

На этом этапе расчета по мере построения изохроны $\varphi(x, t+1)$ для окрестности каждого узла $A_i(t+1)$, $i = 0, 1, 2, \dots, N(t)$ определяется баланс фитомассы $S(A_i(t+1))$ по формулам (16) или (17). Начальный запас фитомассы, относящейся к данному узлу $S_0(A_i(t))$ задается цифровой моделью местности.

Нагрузка для каждого узла определяется по формуле

$$U(A_i(t)) = \frac{m \cdot k}{F_i(t)}. \quad (18)$$

Здесь m – количество животных в одном узле изохроны; k , т/шт · год – объем фитомассы, потребляемой одним животным за год; $F_i(t)$, кв. км – площадь, приходящаяся на один узел $A_i(t+1)$.

Как видно из рис. 7, площадь $F_i(t)$ может быть определена как

$$F_i(t) = V_0 \chi_n(P_i) l_i(t) \Delta t. \quad (19)$$

где $l_i(t)$ – расстояние между узлами $A_i(t)$ и $A_{i+1}(t)$.

Полученное в результате расчета значение $S(A_i(t+1))$ фиксируется в базе данных и отображается условным обозначением на цифровой карте.

7.3 Программная реализация цифровой модели пастбищной дигрессии.

Описанная разделах 7.1 и 7.2 методика моделирования процесса дигрессии была реализована в виде системы, которая представляет собой клиент-серверное web-приложение.

Серверная часть реализована с помощью программ PHP и MySQL.

Клиентская часть написана на JavaScript (библиотеки jQuery и OpenLayers для отображения расчетов на карте местности) и OpenStreetMap (подложка карты). В качестве модели местности рассматривалась карта, содержащая три участка с различным запасом растительности (рис. 6). В центре рисунка показано начальное расположение животных – база B .

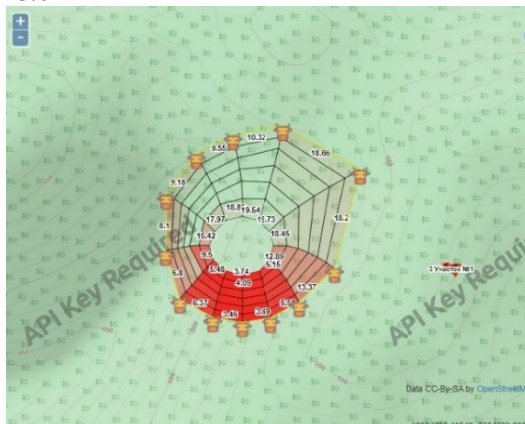


Рис. 6

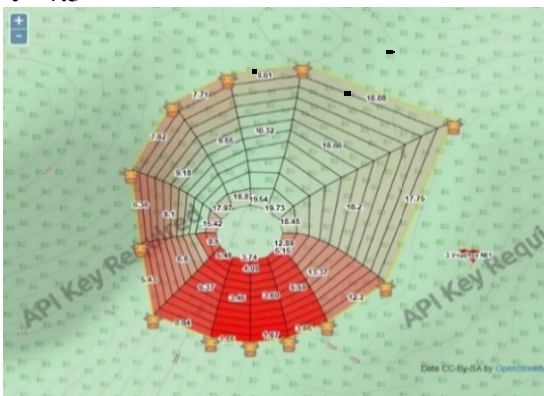
$t = 2.5$



$t = 5.0$



$t = 7.5$



$t = 10.0$

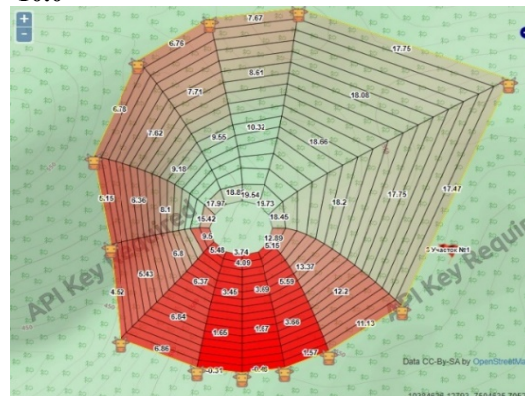


Рис. 7

На рис. 7 показана расчетная динамика процесса растительной дигрессии. Параметры процесса соответствуют расчетному примеру, приведенному выше в п. 6. Расчет велся на период 5 лет с временным шагом 0,5 года. Изохроны процесса отображались на карте через каждые 5 шагов.

Величина запаса растительности в различных точках расчетной области на каждом шаге расчета отображается цветом: зеленый цвет соответствует исходному запасу растительности, а красный – полному ее уничтожению.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Необходимость создания цифровых моделей природных растительных комплексов под влиянием их интенсивного использования человеком, является одним из вызовов Четвертой промышленной революции. К таким процессам относится и дигрессия растительности – следствие интенсивного антропогенного воздействия. В работе впервые поставлена задача создания цифровых моделей для анализа и управления одним из видов этого процесса – пастбищной дигрессией. Предложена и исследована математическая модель дигрессии, на ее основе разработана и реализована цифровая модель этого процесса. Развитие работы будет заключаться в создании цифровой модели процесса дигрессии растительности для одного из регионов РФ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Доррер Г.А., Яровой С.В., Казаковцева О.Б. Мультиагентная система моделирования динамических процессов на поверхности Земли // Системы управления и информационные технологии. 2018. № 2 (72). С. 42–47.
2. Доррер Г.А., Яровой С.В. Моделирование динамических процессов на поверхности Земли // ИТНОУ: Информационные технологии в науке, образовании и управлении. 2018. № 4 (8). С. 53–57.
3. Georgy Dorrer, Alexandra Dorrer, Sergey Yarovoy. Modeling of dynamic process on the Earth's surface // IOP Conference Series: MIP: Engineering. 2019. Vol. 537.
4. Доррер Г. А. Динамика лесных пожаров. Изд-во СО РАН, Новосибирск, 2008. 404 с.
5. Никонов В. В. и др. Техногенная дигрессия и восстановительная сукцессия в хвойных лесах Колыского полуострова / В. В. Никонов, С. Н. Ганичева, Н. В. Лукина, В. А. Костина // Лесоведение. 2004, № 3. С. 57–67
6. Селедец, В.П. Антропогенная динамика травяного покрова дубняков лесопарка Владивостока / В.П. Селедец // Актуальные вопросы охраны природы на Дальнем Востоке. Владивосток : Изд-во ДВНЦ АН СССР, 1978. С. 38–43
7. Кирста Ю.Б. Моделирование пустынных экосистем. Ашхабад : Ылым, 1986. 143 с.

8. Рогозин, М. Ю. Опустынивание земель / М. Ю. Рогозин, Е. С. Картамышева // Молодой ученый. 2017. № 51 (185). С. 128–131.

9. Desertification and Land Degradation. Atlas of India (Based on IRS AWiFS data of 2011–13 and 2003–05) // Space Applications Centre Indian Space Research Organisation Department of Space, Government of India Ahmedabad – 380 015, India. June 2016. P. 252.

10. Романовский Ю.М. и др. Математическая биофизика. М.: Наука, 1984. 304 с.

11. Бермонт А.Ф. Отображения. Криволинейные координаты. Преобразования. Формула Грина. М. : Физматгиз, 1958. 306 с.

12. Годунов С. К., Прокопов Г. П. Об использовании подвижных сеток в газо-динамических расчетах // Журн. вычислит. матем. и математ. физики. 1972. Т. 12. № 2. С. 429–439.

REFERENCES

1. Dorrer G.A., Yarovoy S.V., Kazakovtseva O.B. Mul'tiagentnaya sistema modelirovaniya dinamicheskikh protsessov na poverkhnosti Zemli // Sistemy upravleniya i informatsionnyye tekhnologii, 2018, № 2 (72). S. 42–47.

2. Dorrer G.A., Yarovoy S.V. Modelirovaniye dinamicheskikh protsessov na poverkhnosti Zemli // ITNOU: Informatsionnyye tekhnologii v nauke, obrazovanii i upravlenii, 2018. № 4 (8). S. 53–57.

3. Georgy Dorrer, Alexandra Dorrer, Sergey Yarovoy. Modeling of dynamic process on the Earth's surface // IOP Conference Series: MIP: Engineering, 2019. Vol. 537.

4. Dorrer G.A. Dinamika lesnykh pozharov // Izd-vo SO RAN, Novosibirsk, 2008. 404 s.

5. Nikonov V. V. i dr. Tekhnogennaya digressiya i vosstanovitel'naya suksessiya v khvoynykh lesakh Kol'skogo poluostrova / V. V. Nikonov, S. N. Ganicheva, N. V. Lukina, V. A. Kostina // Lesovedeniye. 2004, № 3. S. 57–67

6. Seledets V.P. Antropogennaya dinamika travyanogo pokrova dubnyakov lesoparka Vladivostoka / V.P. Seledets // Aktual'nyye voprosy okhrany prirody na Dal'nem Vostoke. Vladivostok : Izd-vo DVNTS AN SSSR, 1978. S. 38–43

7. Kirsta Yu.B. Modelirovaniye pustynnykh ekosistem. Ashkhabad : Ylym, 1986. 143 s.

8. Rogozin, M. Yu. Opustynivaniye zemel' / M. Yu. Rogozin, Ye. S. Kartamysheva // Molodoy uchenyy. 2017. № 51 (185). S. 128–131.

9. Desertification and Land Degradation. Atlas of India (Based on IRS AWiFS data of 2011–13 and 2003–05) // Space Applications Centre Indian Space Research Organisation Department of Space, Government of India Ahmedabad – 380 015, India. June 2016. P. 252.

10. Romanovskiy Yu.M. i dr. Matematicheskaya biofizika. M. : Nauka, 1984. 304 s.

11. Bermont A.F. Otobrazheniya. Krivolineynyye koordinaty. Preobrazovaniya. Formula Grina. M.: Fizmatgiz, 1958. 306 s.

12. Godunov S. K., Prokopov G. P. Ob ispol'zovanii podvizhnykh setok v gazo-dinamicheskikh raschetakh // Zhurn. vychislit. matem. i matemat. fiziki. 1972. Т. 12. № 2. S. 429–439.

© Доррер Г. А., Яровой С. В., 2022

Поступила в редакцию 10.06.2022
Принята к печати 10.11.2022